ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Ф.Т. Алескеров, М.А. Голубенко

ОБ ОЦЕНКЕ СИММЕТРИЧНОСТИ ПОЛИТИЧЕСКИХ ВЗГЛЯДОВ И ПОЛЯРИЗОВАННОСТИ ОБЩЕСТВА

Препринт WP7/2003/04

Серия WP7
Теория и практика
общественного выбора

Москва
ГУ ВШЭ
2003

УДК 519.2:32
ББК 22.172
А 48

А 48 **Алескеров Ф.Т., Голубенко М.А.** Об оценке симметричности политических взглядов и поляризованности общества. Препринт WP7/2003/04 — М.: ГУ ВШЭ, 2003. — 24 с.

Разработаны два новых показателя, характеризующих политические предпочтения в обществе: показатель симметричности политических взглядов и показатель поляризованности общества. Значения этих показателей рассчитаны для выборов в парламент Финляндии 1999 и 2003 гг.

УДК 519.2:32
ББК 22.172

Aleskerov F., Golubenko M. On the evaluation of a symmetry of political views and polarization of society. Working paper WP7/2003/04 — Moscow: State University — Higher School of Economics, 2003. — 24 p. (in Russian).

Two new indices characterizing political preferences of the society are introduced: the index of the symmetry of political preferences and the index of polarization of society. These indices have been evaluated for the elections of 1999 and 2003 to the Finnish Parlament.

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте:
http://www.hse.ru/science/preprint/

Введение

В политической теории значительное внимание уделяется вопросам оценки ситуации в терминах глобальных показателей. К таковым относятся показатели диспропорциональности заполнения парламента, фрагментарности общества, индексы влияния и др. (см., например, [2,7]).

В настоящей работе введены и исследованы два показателя, характеризующие политические взгляды общества: показатель симметричности политических взглядов и показатель поляризованности общества. Их значения рассчитаны для выборов в парламент Финляндии 1999 и 2003 гг.

Пусть в политических выборах (или в социологическом опросе) участвуют n партий, каждая из которых получает долю голосов v_i, $i = 1, ..., n$; $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1.$ Будем считать известным определение шкалы "левые — правые", где 0 соответствует крайне левым настроениям, а 1 — крайне правым.

Предположим, что (например, с помощью экспертных оценок) мы можем определить, как позиционирована (через свою платформу) каждая партия на этой шкале [3, 5]. Тогда положению i-ой партии на шкале присваивается значение p_i, $0 \le p_i \le 1$. Нумерация партий упорядочена согласно их позиции, т. е. $\forall i, p_i \le p_{i+1}$, $i = 1, ..., n - 1$. Эти величины будут использованы далее.

Показатель симметричности политических взглядов

По итогам выборов построим график, показывающий какую долю голосов избирателей получила каждая партия. Графически распределение голосов будет изображаться следующим образом: на оси абсцисс отложим шкалу "левые — правые" с позиционированными на ней партиями — ось p, по оси ординат отложим сумму долей голосов, полученных партиями — ось v. Построим график функции $v = f(p)$, где $f(p)$ — кусочно-непрерывная функция с разрывами первого рода в точках p_i.

График функции $v(p)$ изображен на рис. 1.

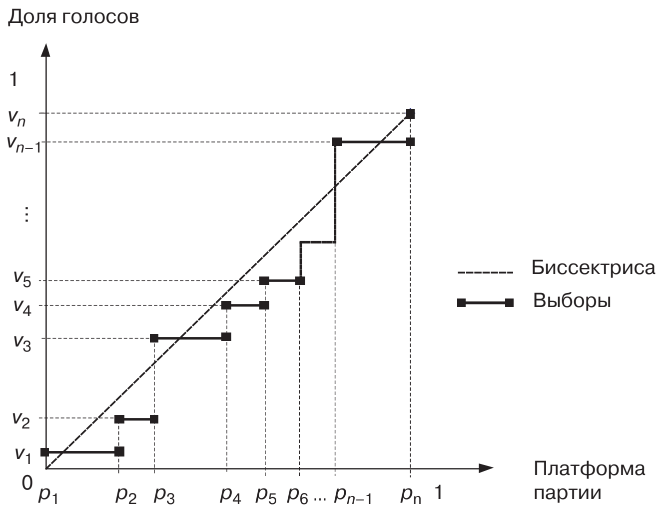

Рис. 1

Формально функцию $v(p)$ можно записать так:

$$v(p) = \begin{cases} 0, p \in [0, p_1]; \\ v_1, p \in [p_1, p_2]; \\ v_1 + v_2, p \in [p_2, p_3]; \\ \dots \\ \sum\limits_{j=1}^{i} v_j, p \in [p_i, p_{i+1}]; \\ \dots \\ \sum\limits_{j=1}^{n} v_j, p \in [p_n, 1]. \end{cases}$$

Для получения оценки симметричности распределения предпочтений выполним следующее:

1. Разрывы в точках позиционирования партий на графике соединим отрезками.
2. Проведем биссектрису квадранта и рассмотрим площади фигур, образованных пересечением биссектрисы и графика $v(p)$.

3. Площадям фигур, расположенных над биссектрисой, условно присвоим знак “+”, а площадям фигур, расположенных под биссектрисой – знак “–” (рис. 2). Площадь фигуры с максимальной площадью среди всех возможных над биссектрисой (это будет треугольник) примем за 1, то же самое сделаем с фигурой, имеющей максимальную площадь под биссектрисой (это также будет треугольник). Таким образом, получим, что значение площади наибольшего треугольника над биссектрисой равно 1, а под нею равно –1.

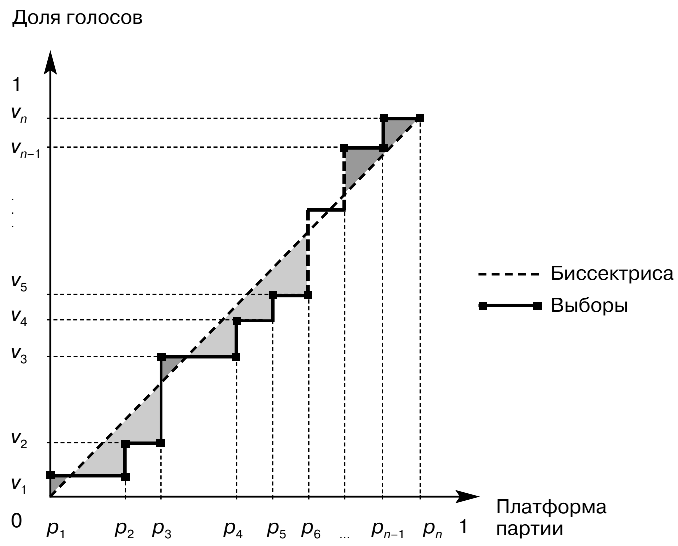

Рис. 2

На рис. 3, 4 изображены результаты двух выборов, в которых принимали участие две партии, позиционированные в точках $p_1 = 0$ и $p_2 = 1$. На первых выборах партия, позиционированная в точке p_1, получила долю голосов избирателей $v = 1$ (см. рис. 3), а на вторых выборах партия, позиционированная в точке p_2, получила долю голосов избирателей $v = 1$ (см. рис. 4).

Итак, в случае, когда все избиратели проголосовали за крайне левую партию ($p = 0$), площадь фигуры на графике будет максимальна и равна 1. Минимальное из возможных значений площади равно –1 и будет достигнуто, когда все избиратели отдадут голоса за крайне правую партию ($p = 1$).

Аналитически это можно доказать с помощью формулы для вычисления площадей полученных фигур. Её вывод дан в Приложении. Здесь при-

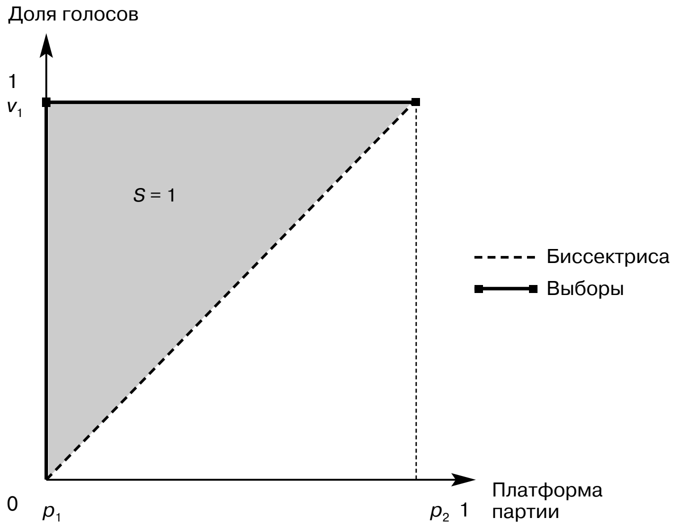

Рис. 3

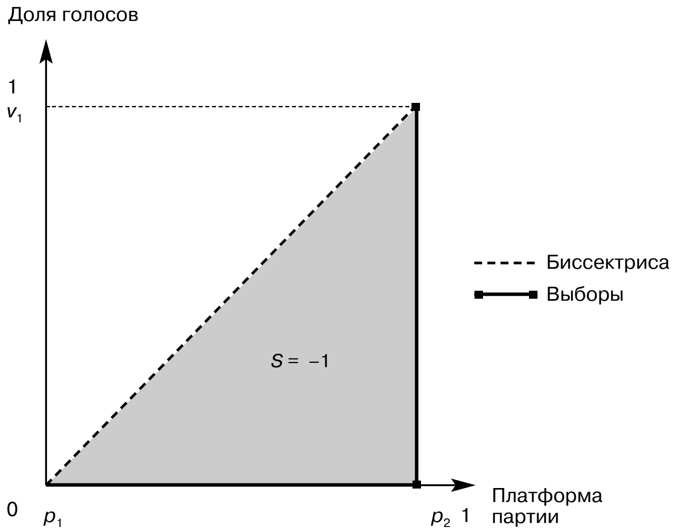

Рис. 4

ведем лишь окончательный ответ: суммарная площадь фигур, образованных графиком и биссектрисой равна:

$$S = 2\sum_{k=1}^{n-1} S_k, \text{ где } S_k = l_k\left[\sum_{i=1}^{k}\left(v_i - l_i\right) + \frac{l_k}{2}\right],$$

где l_k – расстояние на оси p между точками p_k и $p_k + 1$, $k = 1, ..., n - 1$.

Зная площадь фигуры на графике, мы можем определить насколько смещены вправо или влево предпочтения общества в целом. Это можно легко сделать, поскольку очевидно, что между значением площади фигуры и позицией на шкале “левые — правые” существует взаимно однозначное соответствие. Ситуации, когда площадь фигуры равна S, соответствует позиция партии, расположенная на шкале “левые — правые” в точке $\delta = \frac{1}{2}(1 - S)$. Эта точка, которая показывает смещение предпочтений от центра на шкале “левые — правые”, и будет характеристикой степени симметричности политических взглядов.

Показатель поляризованности общества

Для определения этого показателя найдем “центр масс” c системы точек p_i, $i = 1, ..., n$, относящихся к позициям партий. Будем считать при этом, что в каждой точке p_i сосредоточена “масса” v_i. Тогда

$$c = \frac{\sum_{k=1}^{n} v_k p_k}{\sum_{k=1}^{n} v_k} = \sum_{k=1}^{n} v_k p_k, \text{ т. к. } \sum_{i=1}^{n} v_i = 1.$$

Теперь показатель поляризованности общества $\Pi(v_1, v_2, ..., v_n)$ рассчитывается по следующей формуле:

$$\Pi = 2\sum_{i=1}^{n} v_i \mid p_i - c \mid .$$

Следует отметить, что в механике величины, подсчитанные аналогичным образом с точностью до коэффициента, называются главным моментом системы точек, в каждую из которых приложены силы величиной v_i [1].

Подсчитаем теперь, в каких случаях величина Π максимальна, а в каких она минимальна. Для этого найдем точки экстремума функции $\Pi(v_1, v_2, ..., v_n)$.

Очевидно, что функция $\Pi = 2\sum_{i=1}^{n} v_i \left| p_i - \sum_{k=1}^{n} v_k p_k \right|$ не имеет производных в точках $p_i - c = 0$, а также на концах отрезка $p \in [0,\ 1]$ в точках $p = 0$ и $p = 1$.

Таким образом, случай, когда половина избирателей голосует за крайне левую партию ($p = 0$) и половина избирателей голосует за крайне правую партию ($p = 1$), доставляет величине Π максимум, равный 1. Этому распределению голосов соответствует график, изображенный на рис. 5.

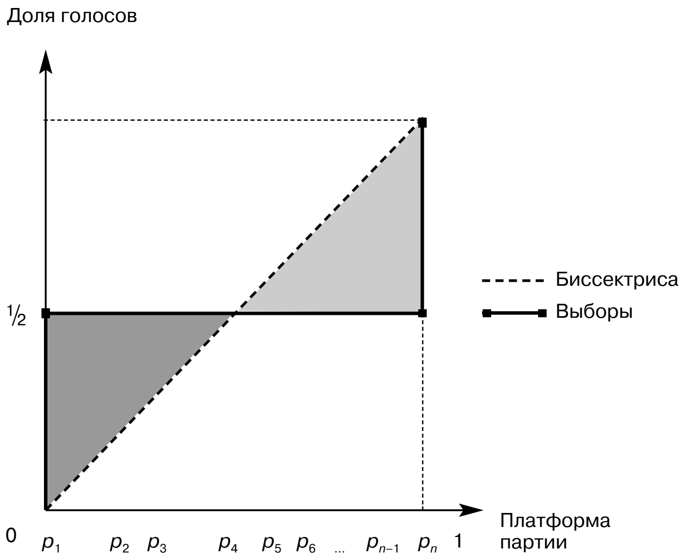

Рис. 5

Минимальное же значение Π достигается, когда существует только одна партия или несколько партий, позиционированных в одной и той же точке p_i, а также когда все голоса избирателей отданы только одной партии. Тогда, очевидно, $p_i - c = 0$ для всех i, и поэтому $\Pi = 0$. Этому распределению голосов соответствует график, изображенный на рис. 6.

Ясно, что максимальное значение показателя Π, равное 1, соответствует наибольшей поляризованности общества, а его наименьшее значение, равное 0, соответствует ее отсутствию.

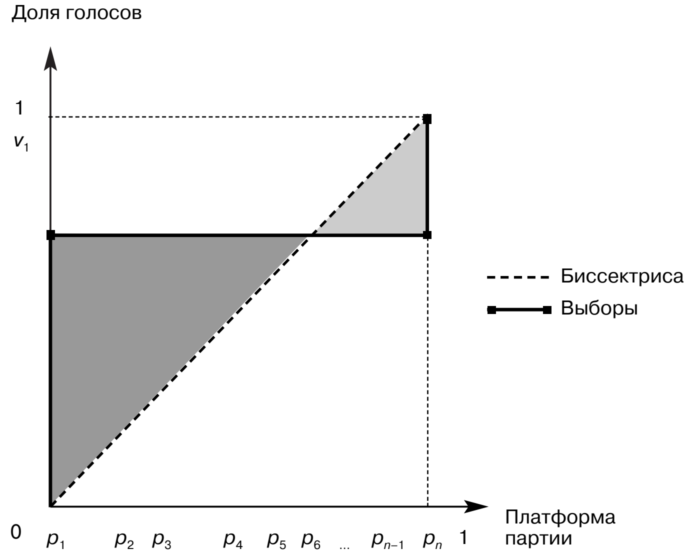

Рис. 6

Отметим, что показатель Π можно использовать в качестве меры поляризованности парламента, если v_i обозначает долю мест партии i в парламенте, и p_i — позицию этой партии.

Расчет значений показателей по результатам выборов в Финляндии

Финляндия — парламентская демократическая республика, седьмая по величине страна Европы, расположена на севере континента. Численность населения 5,1 млн чел. Средняя плотность населения — 16 чел. на 1 кв. км. В городах проживают 65%, в сельской местности — 35% населения. Площадь — 338 тыс. кв. км. Финляндия состоит из 11 провинций и одной автономии (Аландские острова).

Принципы избирательного права и порядок организации и проведения выборов в парламент определяются Формой правления 1919 г., Актом об эдускунте 1928 г. и Законом о выборах народных представителей 1969 г. В соответствии с этими законами парламент избирается на основе всеобщих и прямых выборов при тайном голосовании.

В Финляндии раньше других стран Европы было введено всеобщее избирательное право, в том числе и для женщин (в 1906 г.). В тот период избирательный возраст был установлен в 24 года, в настоящее время он составляет 18 лет как для активного, так и для пассивного (право быть избранным в парламент) избирательного права. Этого возраста гражданин Финляндии должен достичь до года выборов, и для осуществления этого права он должен быть зарегистрирован в списке избирателей.

Определенные ограничения установлены для права быть избранным депутатом парламента. На этот пост не могут избираться военнослужащие, члены Верховного и Верховного административного судов, канцлер юстиции, парламентские омбудсманы — специальные юридические представители парламента, осуществляющие контроль за законностью. В случае их назначения на указанные должности в период, когда они были избраны депутатами, эти лица обязаны покинуть депутатский пост.

Для организации и проведения выборов вся страна делится на избирательные округа и избирательные участки. В настоящее время создается 16 округов, в том числе один на Аландских островах, являющихся автономным образованием, от которого избирается один депутат.

Выборы проводятся по пропорциональной избирательной системе (кроме Аландских островов), что в условиях многопартийности позволяет получать депутатские мандаты не только самым крупным, но и небольшим политическим партиям. При этом политическим партиям разрешается организовывать различные избирательные блоки. От каждого округа избирается от 6 до 22 депутатов в зависимости от численности населения того или иного избирательного округа.

Право быть зарегистрированным в качестве кандидата имеет гражданин Финляндии, которого поддерживают не менее 30 избирателей. В законе о выборах говорится не о политических партиях, а об “избирательных союзах”, которые могут выступать со своими списками кандидатов в депутаты.

Для голосования избиратель должен лично явиться на избирательный участок. При выезде со своего постоянного места жительства во время выборов он вправе голосовать на любом другом избирательном участке, а также за границей. Вне страны такие участки создаются в посольствах и миссиях Финляндии, в консульствах, на кораблях. В таком случае голосование производится несколько раньше дня общих выборов в парламент, что позволяет своевременно получать результаты голосования для проведения общего подсчета голосов. Предварительно такой избиратель получает по месту своего постоянного жительства удостоверение на право досрочного голосования.

В Финляндии скомбинировано голосование за партию или избирательный блок и за конкретного кандидата. Каждому кандидату в депутаты в списке для голосования присваивается номер и избиратель отмечает

в бюллетене не только партию, за которую он голосует, но и номер кандидата от этой партии, которому он отдает предпочтение (преференция). Таким образом, голос избирателя не только позволяет определять число полученных партией мест в парламенте, но и позволяет решать, кто в партийном списке становится депутатом, чтобы не создавать преимуществ для тех кандидатов, которые указаны в списках партий первыми. Такой порядок имеет важное значение и для партий, выступающих на выборах единым блоком, чтобы в соответствии с волей избирателей распределить мандаты между такими партиями.

Применяемая в Финляндии разновидность пропорциональной избирательной системы, по которой распределяются мандаты между партиями в избирательном округе, создает преимущества крупным партиям и ущемляет права мелких партий.

В выборах в парламент Финляндии обычно участвуют много политических партий, вследствие того, что ни одна политическая партия не имеет большинства в парламенте, правительство формируется на коалиционной основе. Поэтому для Финляндии нередкими являются правительственные кризисы и, как следствие этого, досрочные роспуски парламента.

Результаты выборов в парламент 1999 и 2003 гг. представлены в табл. 1 и на рис. 7.

В реальных политических выборах принимает участие не все население, имеющее право голоса, и не все партии набирают пороговое значение голосов. По этой причине будем считать доли голосов избирателей от избирателей, проголосовавших за партии, которые в итоге получили пороговый или выше процент голосов. Партии, представленные в табл. 1 и 2 – это все партии, получившие на выборах 1999 и 2003 гг. необходимое количество голосов (равное пороговому или выше). Результаты расчетов приведены в табл. 3.

По результатам расчетов показателей симметричности и поляризованности можно сделать выводы, что в Финляндии, в целом, центристские взгляды и поляризация относительно невысокая. Сделанные выводы подтверждаются реальной ситуацией в этой стране, что говорит об их правильности.

Обзор литературы

Следует отметить, что попытка оценить поляризацию в обществе не является первой. Эта задача обсуждалась в научных статьях и ранее. Правда, решение предлагалось в основном качественное и не позволяло сделать количественных оценок поляризации.

Таблица 1

Номер партии на оси “левые — правые”	Название партии	Положение партии на оси “левые — правые”, p	Количество голосов, полученных в 1999 г., %	Количество голосов, полученных в 2003 г., %
1	Левая коалиция (Left Coalition, VAS)	0,145	10,9	9,9
2	Социал-демократическая партия (Social Democrats, SDP)	0,365	22,9	24,5
3	Партия зеленых (Greens, VIHR)	0,42	7,5	8
4	Шведская народная партия (Swedish Peoples' Party, RKP)	0,545	5,1	4,6
5	Аграрный союз (Agrarian Union, KESK)	0,55	22,4	24,7
6	Национальная коалиция (National Coalition, KOK)	0,67	21	18,6

Таблица 2

Номер партии на оси “левые — правые”	Название партии	Положение партии на оси “левые — правые”, p	Количество голосов, полученных в 1999 г., %	Количество голосов, полученных в 2003 г., %
1	Левая коалиция (Left Coalition, VAS)	0,145	0,126	0,115
2	Социал-демократическая партия (Social Democrats, SDP)	0,365	0,246	0.261
3	Партия зеленых (Greens, VIHR)	0,42	0,092	0,096
4	Шведская народная партия (Swedish Peoples' Party, RKP)	0,545	0,068	0,062
5	Аграрный союз (Agrarian Union, KESK)0,	55	0,241	0,263
6	Национальная коалиция (National Coalition, KOK)	0,67	0,227	0,203

Таблица 3

	Выборы 1999 г.	Выборы 2003 г.
Центр масс, c	0,468	0,466
Показатель симметричности, d	0,467	0,465
Показатель поляризованности, $П$	0,282	0,272

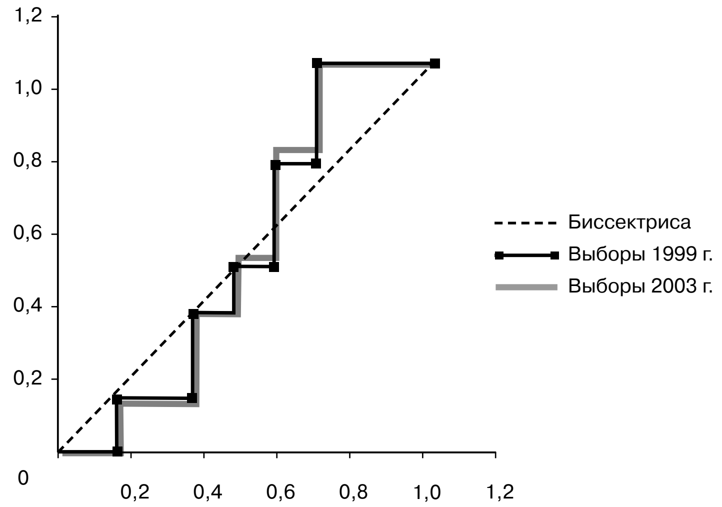

Рис. 7

Существует несколько определений поляризации. Вот одно из них [1].

Предположим, что общество, состоящее из конечного числа субъектов, может быть разделено на группы в соответствии с некоторым вектором (набором) характеристик. Группы образованы таким образом, что члены одной группы “одинаковы” по выбранному набору характеристик. В то же время члены разных групп “различны” по тем же характеристикам. Если подобное разбиение общества на группы по какому-либо признаку или набору признаков возможно, то такое общество называется *поляризованным*.

Чаще всего выделяются два аспекта поляризации в обществе. Первый аспект – экономический. В этом случае в качестве характеристики определяется доход населения. Второй аспект – политический. С этой точки зрения общество будет разделяться на группы по признаку политической принадлежности, т. е. по политическим предпочтениям, позиционированным на шкале “левые — правые”.

Теперь предположим, что общество поляризовано по какому-либо определенному признаку или набору признаков. Очевидно, что чем больше различаются значения выбранных характеристик, тем больше поляризовано общество. Но также очевидно, что степень поляризации будет зависеть и от количества групп, и от относительного числа их членов. Тогда возникают вопросы: как оценить, насколько сильно или слабо поляризо-

[1] Определение взято из статьи [4].

вано общество; от чего будет зависеть степень поляризации и на что она будет влиять?

В статье [1] вопрос измерения поляризации решается следующим образом. Строится математическая модель, в которой определяются параметры, оказывающие влияние на значение поляризации, а также род зависимости от них. Общество численностью *P* разбито на *n* групп, *i*-я группа находится в точке y_i и содержит π_i членов общества. Таким образом, $p = \sum_{i=1}^{n} \pi_i$.

Суммарная поляризация *P* в обществе имеет вид качественной зависимости:

$$P(\pi, y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \pi_i \pi_j T\Big(I(\pi_i), a\big(\delta(y_i, y_j)\big)\Big)$$

где $(\pi, y) \equiv (\pi_1, \ldots, \pi_n; y_1, \ldots, y_n)$, $y \in R^n$, $y_i \neq y_j$ для всех i, j и $\pi > 0$; $\delta(y_i, y_j)$ — расстояние между группами y_i и y_j в R^n; $a\big(\delta(y_i, y_j)\big)$ — функция, отражающая зависимость отчуждения между членами групп y_i и y_j от расстояния между этими группам и; $I(\pi_i)$ — функция, отражающая зависимость тождественности членов группы y_i от количества членов этой группы; $T\Big(I(\pi_i),\ a\big(\delta(y_i, y_j)\big)\Big)$ — функция, отражающая зависимость взаимной неприязни членов группы y_i к членам группы y_j от функций *I* и *a*.

Выбор функциональной формы для $I(\cdot)$, $a(\cdot)$, $T(\cdot)$ позволит вычислить точное значение поляризации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Вывод формулы для вычисления площади фигуры, образованной биссектрисой угла первого квадранта и графиком, построенным по результатам выборов

Рассмотрим график, на котором представлены результаты произвольных выборов, в которых принимали участие *n* партий. Каждая из партий получила долю голосов v_i, $i = 1, \ldots, n$. Проведем перпендикуляры к оси абсцисс в точках p_i. Рассмотрим фигуры, ограниченные графиком, биссектрисой и построенными перпендикулярами. На рис. 1 приведен пример такого разбиения.

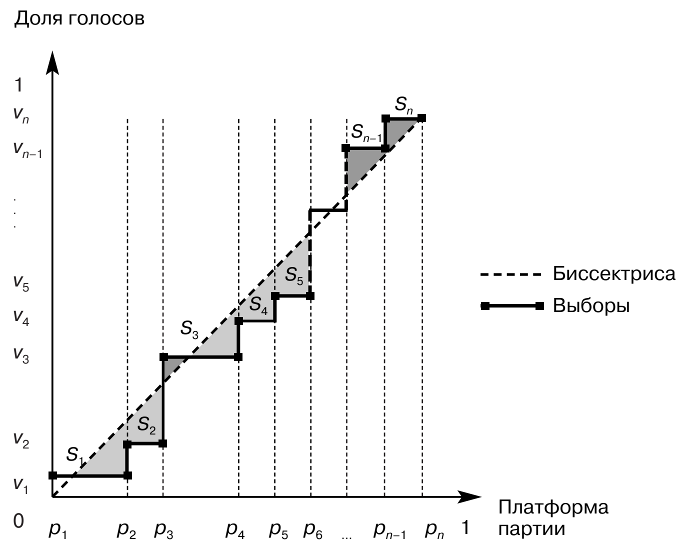

Рис. 1

При рассмотрении графика на рис. 1, становится очевидным, что можно выделить три типа фигур. Для каждого из возможных типов фигур вычислим их площадь через длины их боковых сторон, обозначенных так, как это изображено на рис. 9—11. Напомним, что площадям фигур, расположенных над биссектрисой, условно присвоен знак “+”, а площадям фигур, расположенных под биссектрисой – знак “–”.

1-й случай

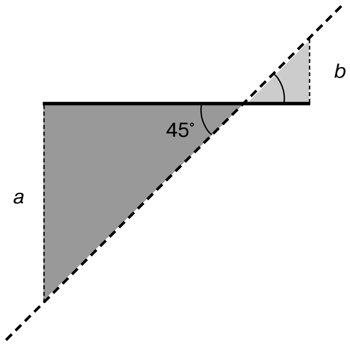

Рис. 2

Для 1-го случая площадь фигуры, показанной на рис. 9 вычисляется следующим образом:

$$S = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right).$$

Величина S может принимать как отрицательные, так и положительные значения, а также может быть равной 0.

2-й случай

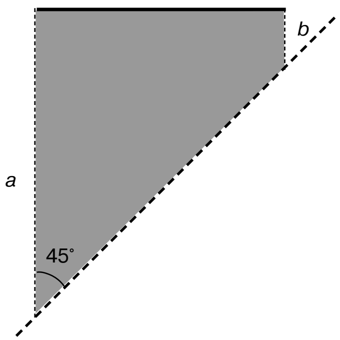

Рис. 3

Для 2-го случая очевидно, что

$$S = \frac{1}{2}\left(a - b\right)^2 + b\left(a - b\right) = \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right).$$

Величина S может принимать только положительные значения.

3-й случай

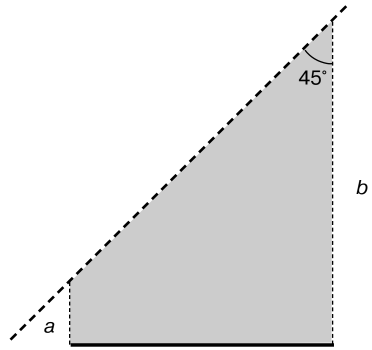

Рис. 4

Наконец, в 3-м случае

$$S = -\frac{1}{2}\left(b - a\right)^2 - a\left(b - a\right) = \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right).$$

Величина S может принимать только отрицательные значения.

Итак, мы получили, что в любом случае площадь фигуры, ограниченной биссектрисой первого квадранта, графиком и перпендикулярами, равна

$$S = \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right),$$

где a и b – длины боковых сторон фигур.

Теперь выразим a и b через положения платформ партий на шкале “левые — правые” и через полученные ими доли голосов. Для этого обратимся к выборам, результаты которых изображены на рис. 1.

Прежде чем производить расчеты, сделаем одно важное допущение. Если на выборах в точках $p = 0$ или $p = 1$ ни одна платформа не позиционирована, то без ограничения общности можем создать “виртуальные” партии в этих точках и считать, что за них проголосовало 0 избирателей. При этом соответствующим образом изменяем нумерацию партий, присваивая номер 1 партии с платформой в 0 и далее нумеруя их по порядку размещения на оси до последней, позиционированной в 1.

Обозначим через l_k расстояние на оси p между точками p_k и p_{k+1}, $k = 1, ..., n-1$. Тогда величины a и b для каждой из площадей на рис. 1 будут определяться следующим образом:

$$S_1:\ a = v_1,\ b = v_1 - l_1;$$
$$S_2:\ a = v_1 + v_2 - l_1,\ b = v_1 + v_2 - (l_1 + l_2);$$
$$S_3:\ a = v_1 + v_2 + v_3 - (l_1 + l_2),\ b = v_1 + v_2 + v_3 - (l_1 + l_2 + l_3);$$
$$\ldots$$
$$S_{n-1}:\ a = \sum_{k=1}^{n-1} v_k - \sum_{k=1}^{n-1} l_k + l_{n-1},\ b = \sum_{k=1}^{n-1} v_k - \sum_{k=1}^{n-1} l_k.$$

Откуда следует, что площадь фигуры

$$S_{n-1} = \frac{1}{2}\left[\left(\sum_{k=1}^{n-1} v_k - \sum_{k=1}^{n-1} l_k + l_{n-1}\right)^2 - \left(\sum_{k=1}^{n-1} v_k - \sum_{k=1}^{n-1} l_k\right)^2\right] = l_{n-1}\left[\frac{1}{2} l_{n-1} + \left(\sum_{k=1}^{n-1} v_k - \sum_{k=1}^{n-1} l_k\right)\right].$$

С учетом нормировки окончательно получим, что

$$S = 2\sum_{k=1}^{n-1} S_k\ ,\ \text{где}\ \ S_k = l_k\left[\sum_{i=1}^{k}\left(v_i - l_i\right) + \frac{l_k}{2}\right].$$

2. Свойства формулы для вычисления площадей

Утверждение 1. Пусть в выборах принимает участие n партий. Партия с номером n, которой отданы все голоса избирателей, позиционирована в точке $p = 1$. Тогда площадь фигуры, образованной пересечением графика и биссектрисы, равна $S = -1$.

Доказательство. Вычислим по отдельности площади фигур, ограниченных графиком, построенным по результатам выборов, биссектрисой первого квадранта и перпендикулярами, проведенными к оси p в точках p_i, $i = 1, ..., n$ (рис. 5).

$$S_1 = 2l_1\left[(0 - l_1) + \frac{l_1}{2}\right] = -l_1^2,\quad S_2 = 2l_2\left[(0 - l_1) + (0 - l_2) + \frac{l_2}{2}\right] = -2l_1l_2 - l_2^2;$$

$$S_3 = 2l_3\left[(0 - l_1) + (0 - l_2) + (0 - l_3) + \frac{l_3}{2}\right] = -2l_1l_3 - 2l_2l_3 - l_3^2;$$
$$S_1 + S_2 = -(l_1 + l_2)^2;$$
$$S_1 + S_2 + S_3 = -l_1^2 - 2l_1l_2 - l_2^2 - 2l_1l_3 - 2l_2l_3 - l_3^2 = -(l_1 + l_2 + l_3)^2.$$

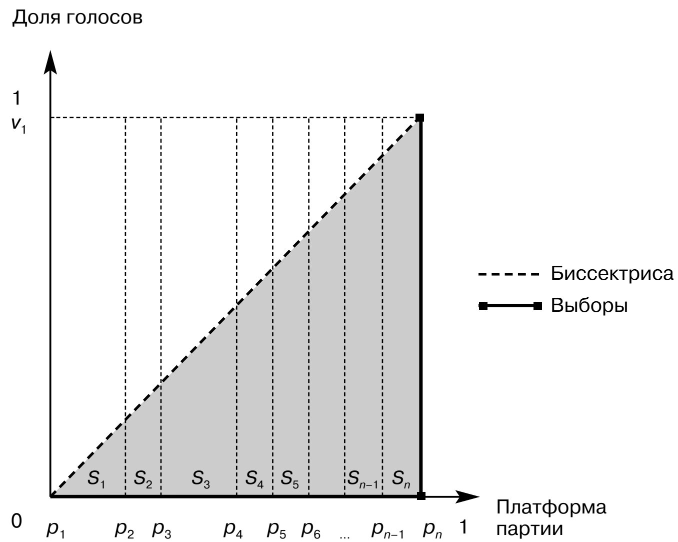

Рис. 5

Аналогично по индукции доказывается, что

$$S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1} = -(l_1 + l_2 + \ldots + l_{n-1})^2.$$

Но поскольку $l_1 + l_2 + \ldots + l_{n-1} = 1$, то $S = S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1} = -1$. Утверждение доказано.

Утверждение 2. Пусть в выборах принимает участие n партий и партия с номером 1, которой отданы все голоса избирателей, позиционирована в точке $p = 0$. Тогда площадь фигуры, образованной пересечением графика и биссектрисы, равна $S = 1$ (рис. 6).

Доказательство аналогично доказательству Утверждения 1 с точностью до знака.

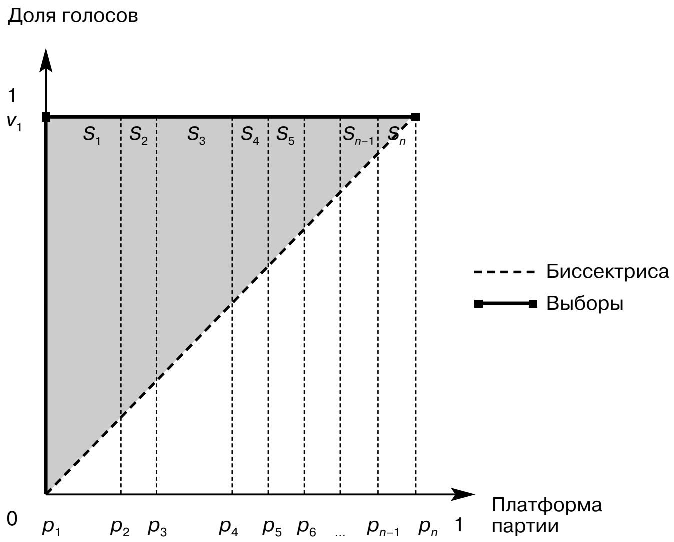

Рис. 6

Утверждение 3. Пусть в выборах принимает участие n партий, которые равно удалены друг от друга на шкале "левые — правые" и каждая из которых получила по равной доле голосов избирателей $v=\frac{1}{n}$. Пусть также партия с номером 1 позиционирована в $p = 0$, а партия с номером n в 1. Таким образом, расстояние на оси p между точками p_k и p_{k+1}, $k = 1, \ldots, n$ будет всегда одинаково и равно $l=\frac{1}{n-1}$. Тогда площадь фигуры, образованной пересечением графика и биссектрисы, равна $S = 0$ (рис. 7).

Доказательство. Обозначим $v=v_1=v_2=\ldots=v_n=\frac{1}{n}$, $l=l_1=l_2=\ldots=l_{n-1}=\frac{1}{n-1}$.

Вычислим площади S_1 и S_{n-1}.

$$S_1=l_1\left[(v_1-l_1)+\frac{l_1}{2}\right]=\frac{1}{n-1}\left[\frac{1}{2(n-1)}-\frac{1}{n(n-1)}\right]=\frac{n-2}{2n(n-1)^2};$$

$$S_{n-1}=l_{n-1}\left[(v_{n-1}-l_{n-1})(n-1)+\frac{l_{n-1}}{2}\right]=\frac{1}{n-1}\left[\frac{1}{2(n-1)}-\frac{1(n-1)}{n(n-1)}\right]=\frac{2-n}{2n(n-1)^2}.$$

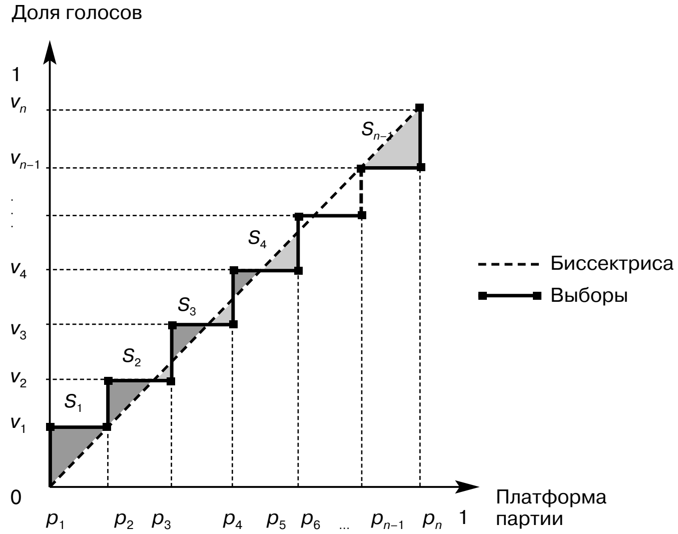

Рис. 7

Очевидно, что $S_1+S_{n-1}=0$. Аналогично доказывается, что $S_2+S_{n-2}=0$.
Рассмотрим два возможных варианта:

1) n — нечетное. Тогда при разбиении графика перпендикулярами, проведенными в точки p_i, $i = 1, \ldots, n$, получаем четное число фигур, площадь которых равна:

$$S=S_1+S_2+\ldots+S_{\frac{n-1}{2}}+S_{\frac{n+1}{2}}+\ldots+S_{n-1}+S_n=$$

$$=(S_1+S_n)+(S_2+S_{n-2})+\ldots+\left(S_{\frac{n-1}{2}}+S_{\frac{n+1}{2}}\right)=0+\ldots+0=0.$$

2) n — четное. Тогда при разбиении графика перпендикулярами, проведенными в точки p_i, $i = 1, \ldots, n$, получаем нечетное число фигур, площадь которых равна:

$$S=S_1+S_2+\ldots+S_{\frac{n}{2}}+\ldots+S_{n-1}+S_n=(S_1+S_n)+(S_2+S_{n-2})+\ldots+S_{\frac{n}{2}}=$$

$$=0+0+\ldots+S_{\frac{n}{2}}=l_{\frac{n}{2}}\left[\left(v_{\frac{n}{2}}-l_{\frac{n}{2}}\right)\frac{n}{2}+\frac{l_{\frac{n}{2}}}{2}\right]=\frac{1}{n-1}\left[\frac{1}{2(n-1)}-\frac{n}{2n(n-1)}\right]=0.$$

Утверждение доказано.

У т в е р ж д е н и е 4. Сдвиг платформы i-ой партии на величину вдоль оси p влечет за собой изменение значения площади на величину $-2v_i$, если сдвиг производится вправо по оси, и на величину $+2v_i$, если сдвиг производится влево по оси, где v_i — доля голосов избирателей, отданная партии с номером i.

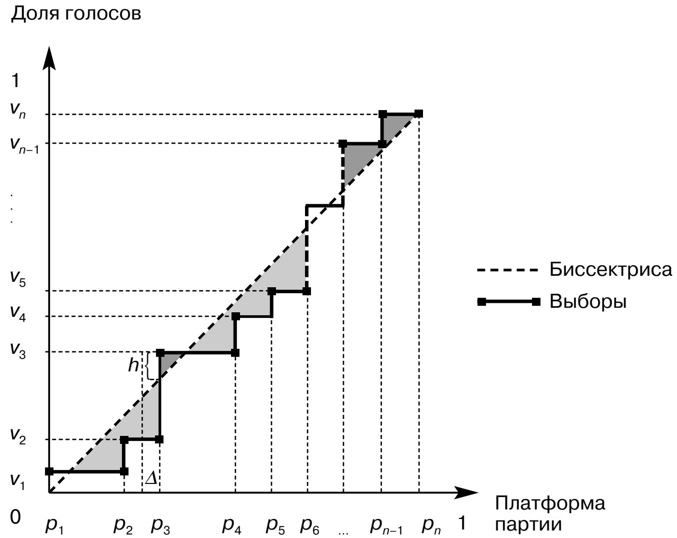

Рис. 8

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим рис. 8, где отображено изменение в позиционировании платформы партии с номером i.

Очевидно, что общая площадь S изменится на величину

$$\delta S = \pm\frac{\Delta}{2}\left[h + (h+\Delta)\right] \pm \frac{\Delta}{2}\left[(v_i - h) + (v_i - h - \Delta)\right] = \pm v\Delta,$$

где h определено как показано на рис. 8, знак “+” соответствует сдвигу влево, а знак “–” — сдвигу вправо.

Список литературы

1. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики. М.: Наука, 1967.
2. Brams S. Paradoxes in Politics. N.Y.: Free Press, 1976.
3. Donws A. An Economic Theory of Democracy? N.Y.: Harper & Row, 1957.
4. Esteban J.-M., Ray D. On the Measurement of Polarization // Econometrica. 1994. Vol. 62. No. 4. P. 819—851.
5. Hinich M.J., Munger M. C. Analytical Politics. Cambrige: Cambrige Univercity Press, 1997.
6. Keefer P., Knack S. Polarization. Politics and Property Rights: Links between inequality and Growth // Public Choice. 2002. Vol. 111. P. 127—154.
7. Lijphart A. Electoral Systems and Party Systems. Oxford: Oxford University Press, 1994.
8. Paloheimo A. : Finnish Voter (готовится к изданию).
9. Сайты о Финлянидии: http://www.ovsem.com/user/prfin/2.shtml, http://npark.ru/turizm/finland/

Препринт WP7/2003/04
Серия WP7
Теория и практика общественного выбора

Редакторы серии *Ф.Т. Алескеров, Р.М. Нуреев*

Фуад Тагиевич Алескеров, Мария Александровна Голубенко

Об оценке симметричности политических взглядов и поляризованности общества

Публикуется в авторской редакции

Зав. редакцией *Е.В. Попова*
Выпускающий редактор *А.В. Заиченко*
Технический редактор *С.Д. Зиновьев*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 1,42. Усл. печ. л. 1,4. Заказ № 270. Изд. № 424

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3